I. LOGICZNE STRUKTURY DRZEWIASTE

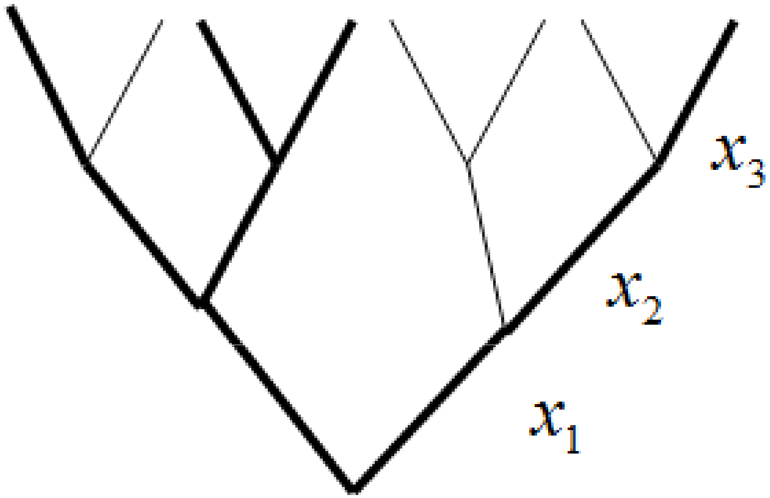
Analizując dany problem uzyskuje się zadanie projektowe w postaci pewnego zbioru danych. Metoda morfologiczna, która została opracowana w latach 1938-1948 przez amerykańskiego astrofizyka F. Zwicky'ego [1] polega na analizie wszystkich rozwiązań danego problemu. Najlepsze rozwiązania wybierane są z uporządkowanego zapisu możliwych rozwiązań (danych).

Logiczne struktury drzewiaste pozwalają uzyskać uporządkowany zapis rozwiązań danego zadania projektowego. Możliwe rozwiązanie danego zadania oznacza ścieżkę na drzewie logicznym (**od korzenia na dole do wierzchołka na górze**), a zbiór wszystkich ścieżek jest zbiorem wszystkich możliwych rozwiązań. Każda gałązka jest elementarną decyzją, czyli pojedynczym literałem. W szczególności, taka interpretacja może być przeprowadzona z wykorzystaniem dwu- i wielowartościowych tablic decyzyjnych [2, 3]

Drzewa Logiczne

Drzewo logiczne jest logiczną strukturą drzewiastą, w której wartości logiczne zmiennych są kodowane na gałązkach drzewa. Na danym poziomie drzewa może występować tylko jedna zmienna logiczna, przy czym liczba pięter jest dokładnie równa liczbie zmiennych niezależnych danej funkcji logicznej [3]. Przedstawienie danej funkcji boolowskiej, zapisanej w kanonicznej alternatywnej postaci normalnej (KAPN), na drzewie logicznym polega na zakodowaniu poszczególnych iloczynów kanonicznych na ścieżce drzewa od korzenia do wierzchołka końcowego [4].

Przykł. 1.1
Na rys. 1.1 przedstawiono drzewo logiczne na którym zakodowano funkcję boolowską trzech zmiennych. Pogrubione ścieżki od korzenia do wierzchołków końcowych są zakodowaniem odpowiednich iloczynów kanonicznych danej funkcji i oznaczają rozwiązania realizowalne.



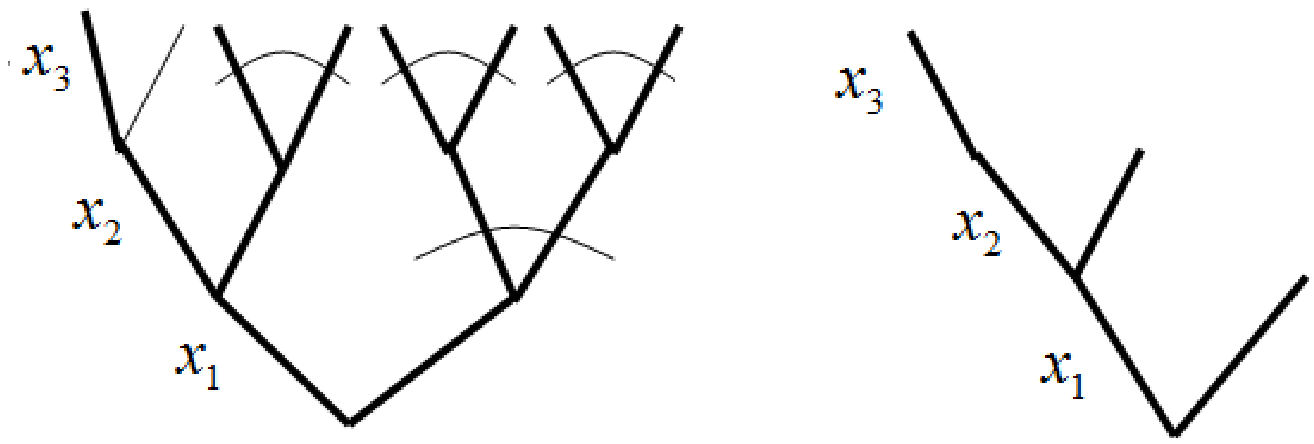
$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 x_3 + \overline{x}_1 x_2 x_3 + \overline{x}_1 x_2 \overline{x}_3 + \overline{x}_1 \overline{x}_2 \overline{x}_3$$

Rys. 1.1 Funkcja boolowska trzech zmiennych zakodowana na drzewie logicznym

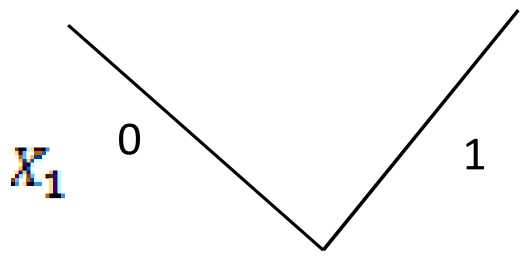
Algorytm Quine'a –Mc Cluskeya pozwala upraszczać funkcje boolowskie zapisane w KAPN, otrzymując skrócona alternatywną postać normalną (SAPN), a następnie minimalną alternatywną postać normalną (MAPN) [4]. Uzyskuje się wówczas zminimalizowaną postać wyjściowej funkcji w sensie liczby literałów- **Dlatego mówimy o skreśleniach pełnych wiązek gałązek prawdziwych (OD GÓRY DO DOŁU!!) jako uproszczenia graficzne umożliwiające uzyskiwanie minimalnych postaci decyzyjnych.**

Przykł. 1.2

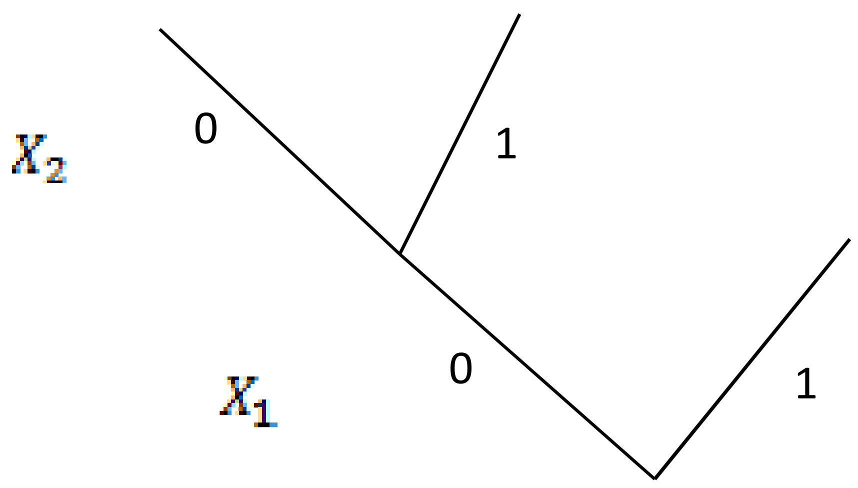
Na rys. 1.2 przedstawiono drzewo logiczne z zaznaczonymi wszystkimi możliwymi uproszczeniami graficznymi oraz uproszczone drzewo logiczne (realizowalne rozwiązania pewnego zadania oraz podrozwiązania danego zadania).



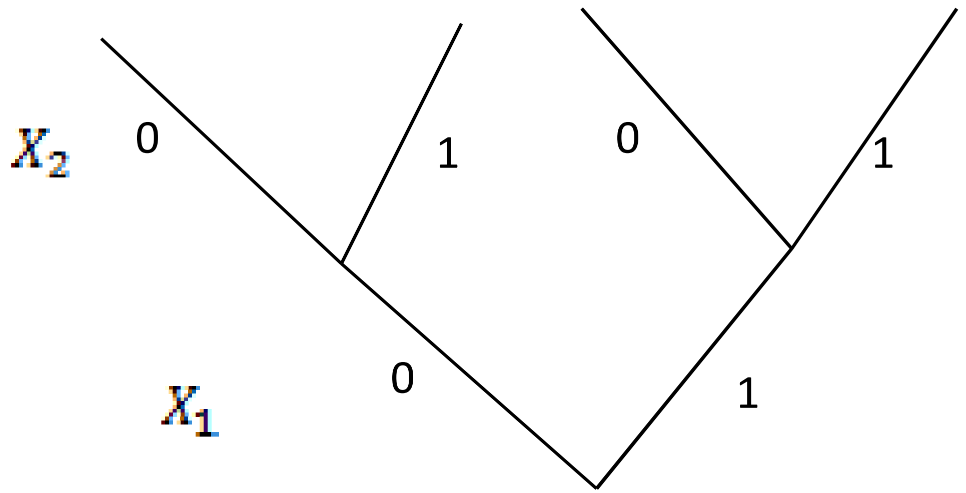
Drzewo logiczne budujemy od korzenia w górę (do korony), kolejne piętra są zajmowane przez kolejne zmienne decyzyjne i ich decyzje



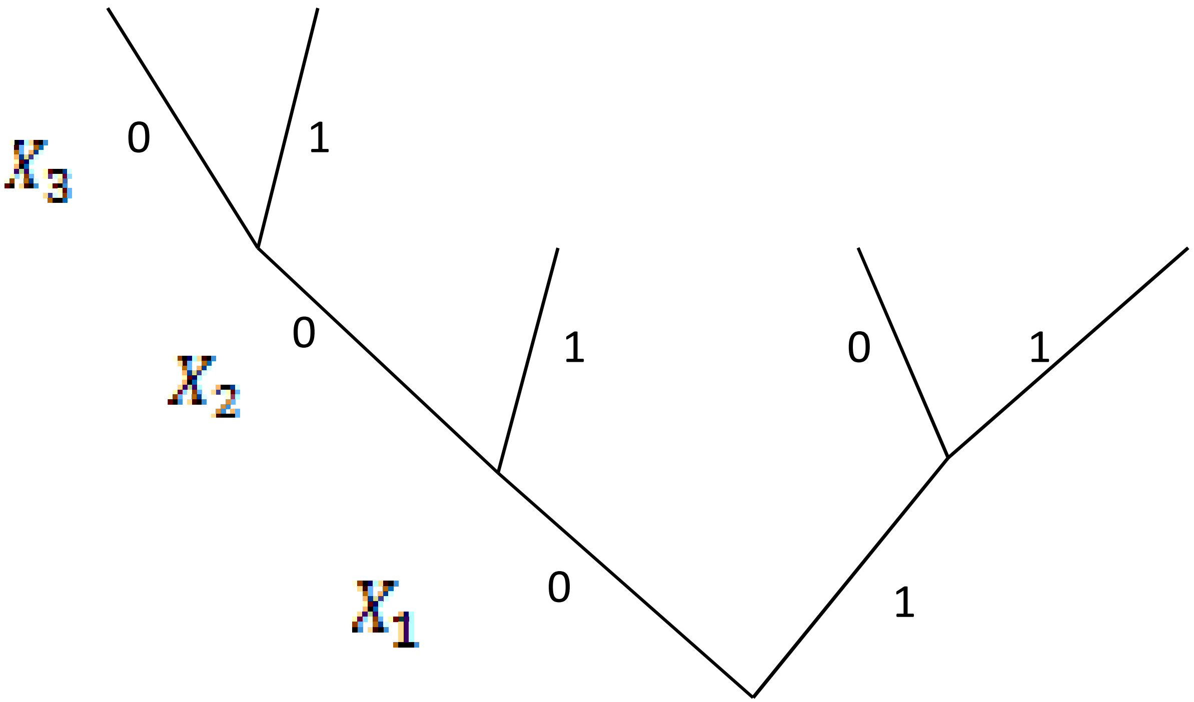
Drzewo logiczne budujemy od korzenia w górę (do korony), kolejne piętra są zajmowane przez kolejne zmienne decyzyjne i ich decyzje



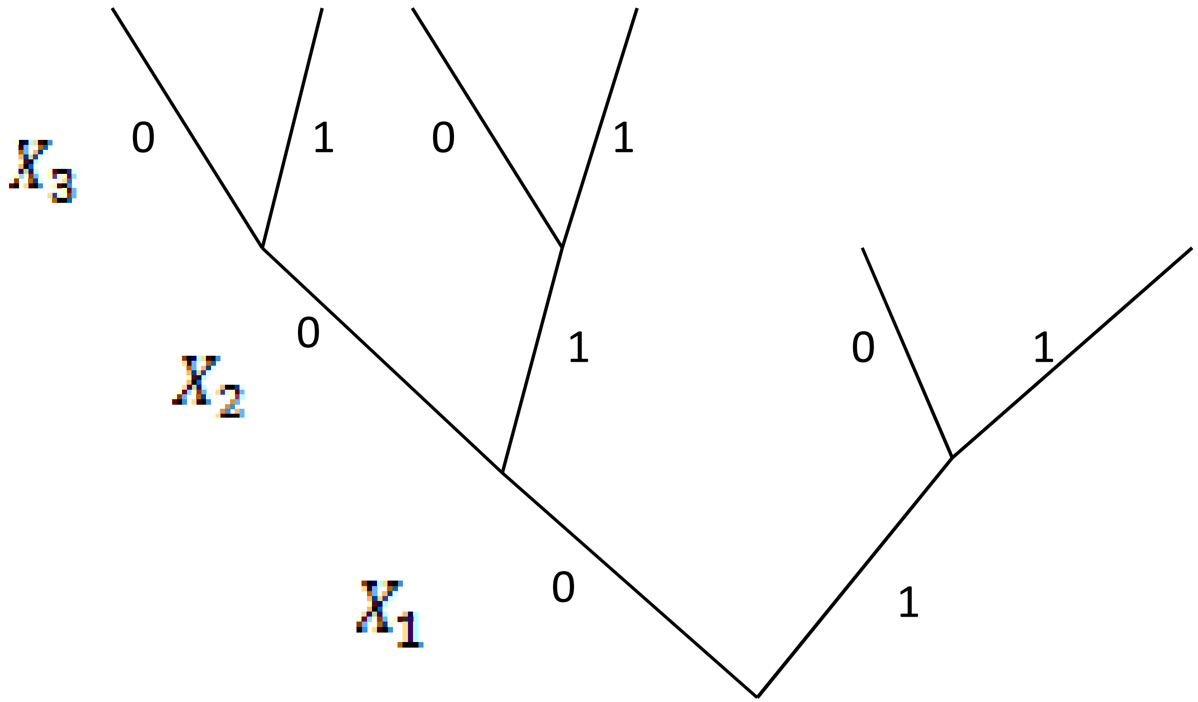
Drzewo logiczne budujemy od korzenia w górę (do korony), kolejne piętra są zajmowane przez kolejne zmienne decyzyjne i ich decyzje



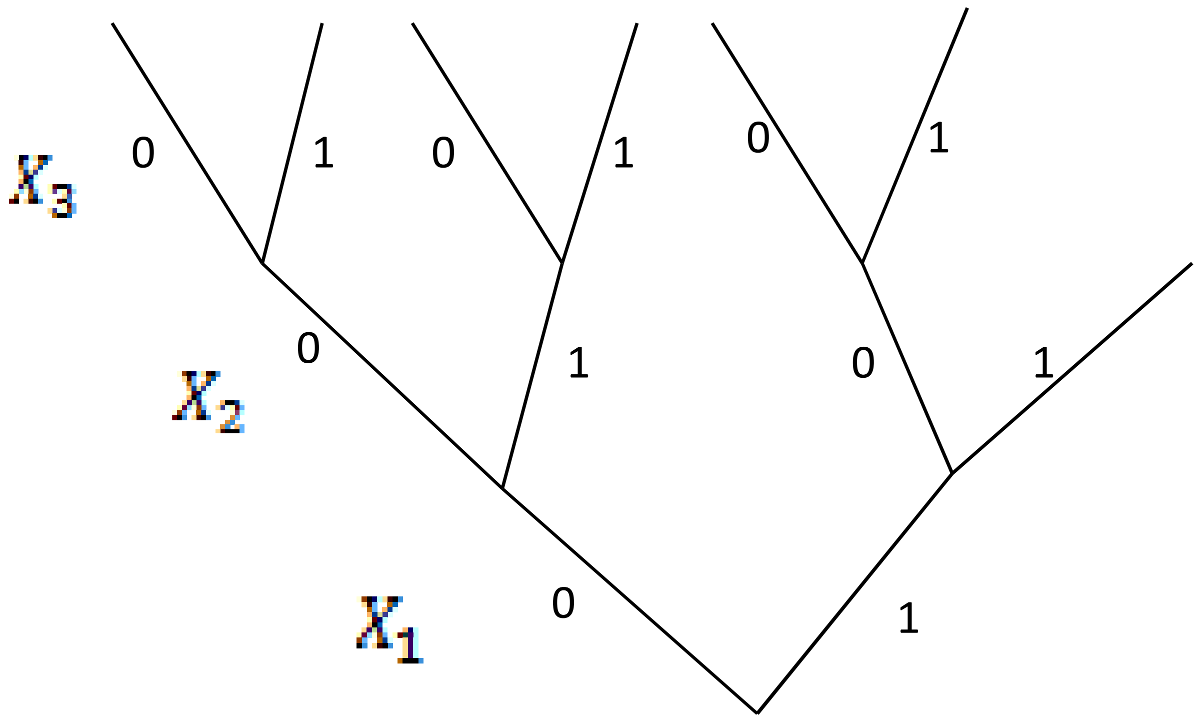
Drzewo logiczne budujemy od korzenia w górę (do korony), kolejne piętra są zajmowane przez kolejne zmienne decyzyjne i ich decyzje



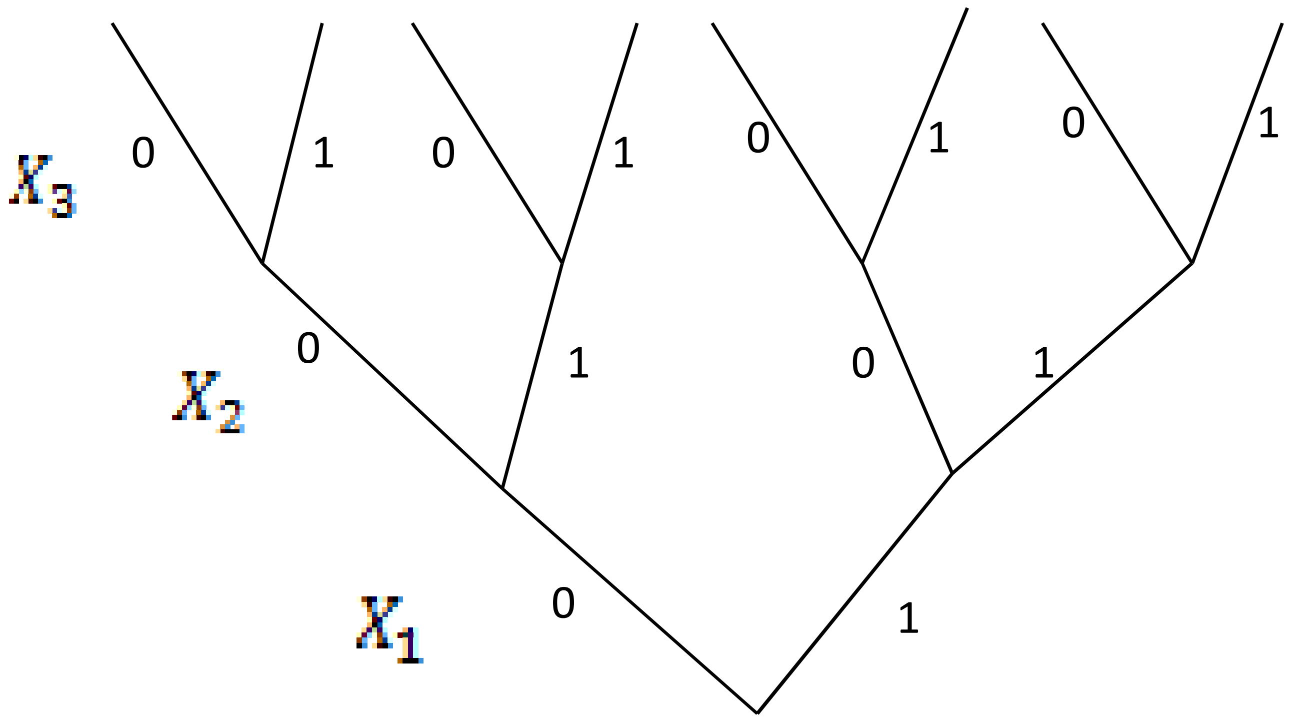
Drzewo logiczne budujemy od korzenia w górę (do korony), kolejne piętra są zajmowane przez kolejne zmienne decyzyjne i ich decyzje



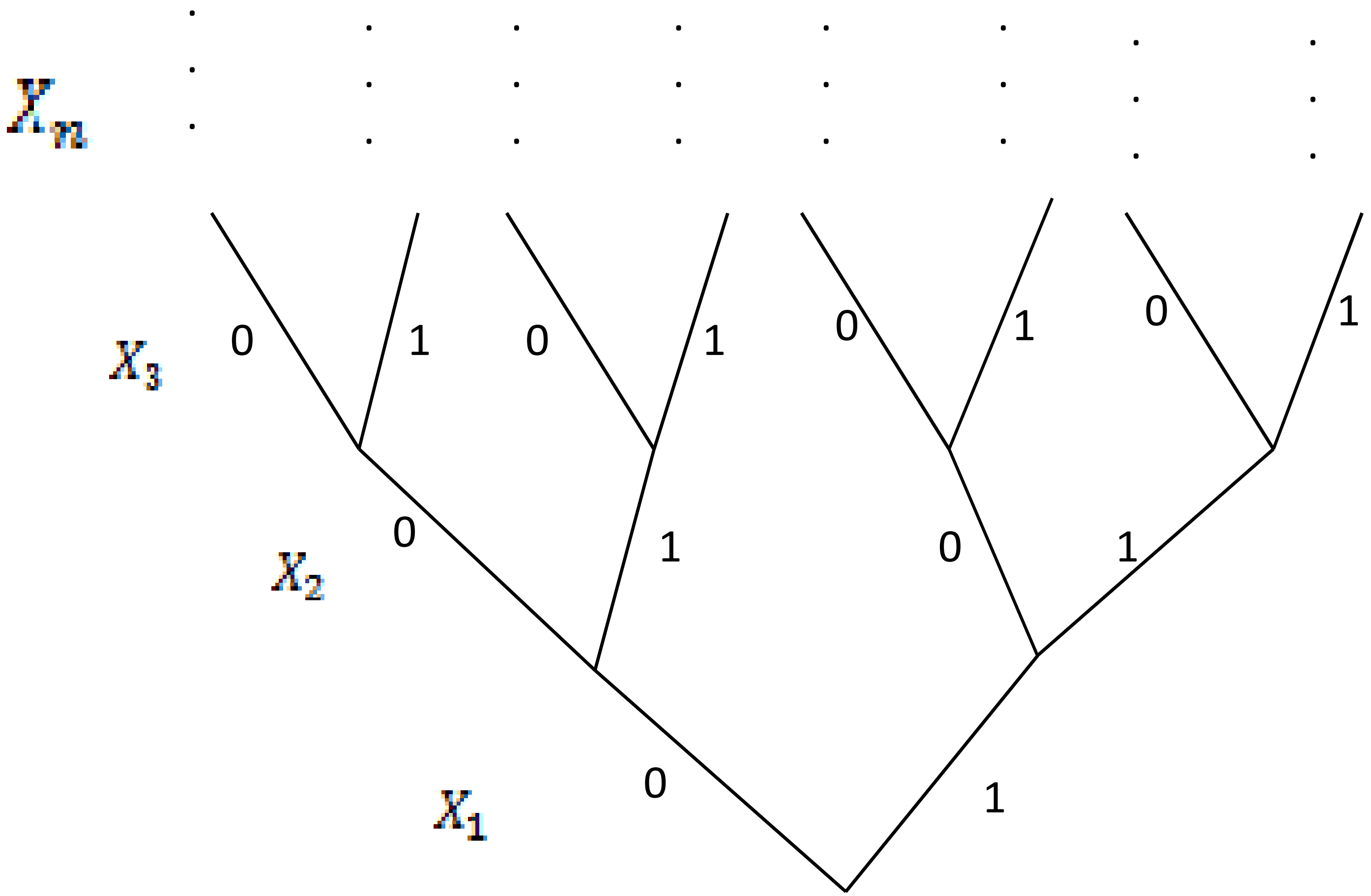
Drzewo logiczne budujemy od korzenia w górę (do korony), kolejne piętra są zajmowane przez kolejne zmienne decyzyjne i ich decyzje



Drzewo logiczne budujemy od korzenia w górę (do korony), kolejne piętra są zajmowane przez kolejne zmienne decyzyjne i ich decyzje

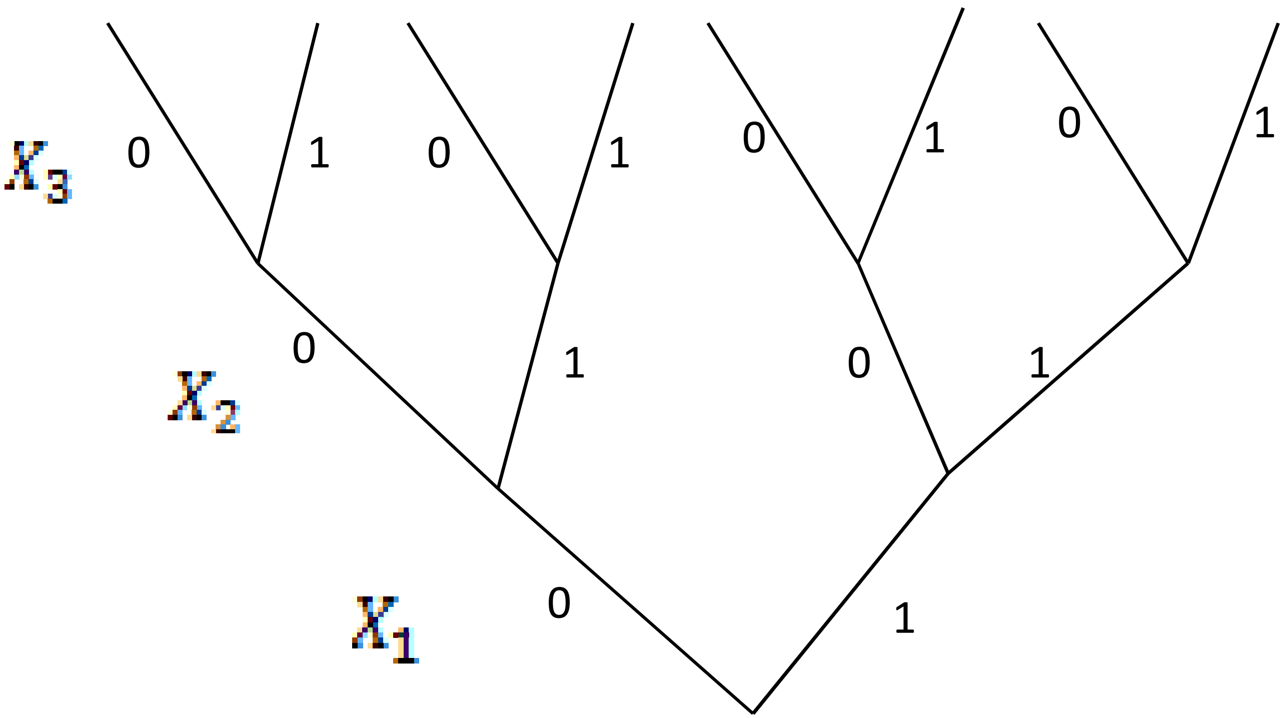


I tak postępujemy, aż do n parametrów – Xn……

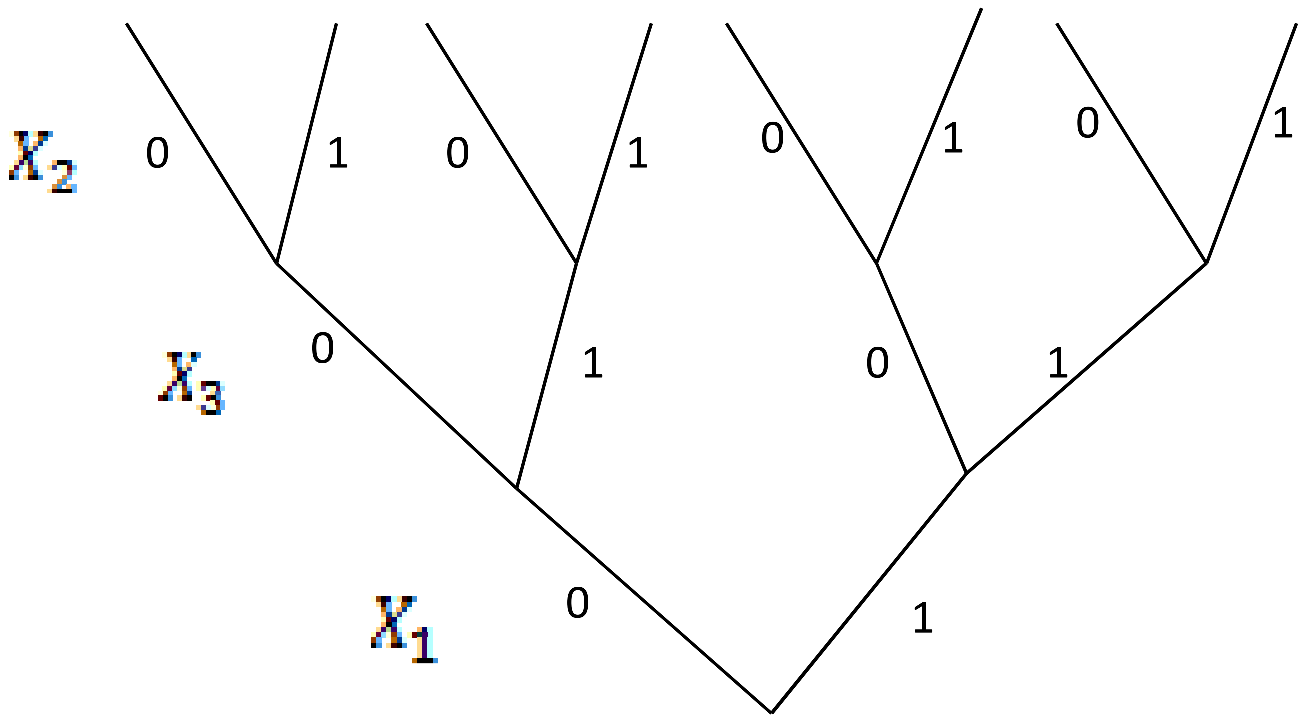


Załóżmy że mamy 3 parametry decyzyjne: X_1, X_2, X_3

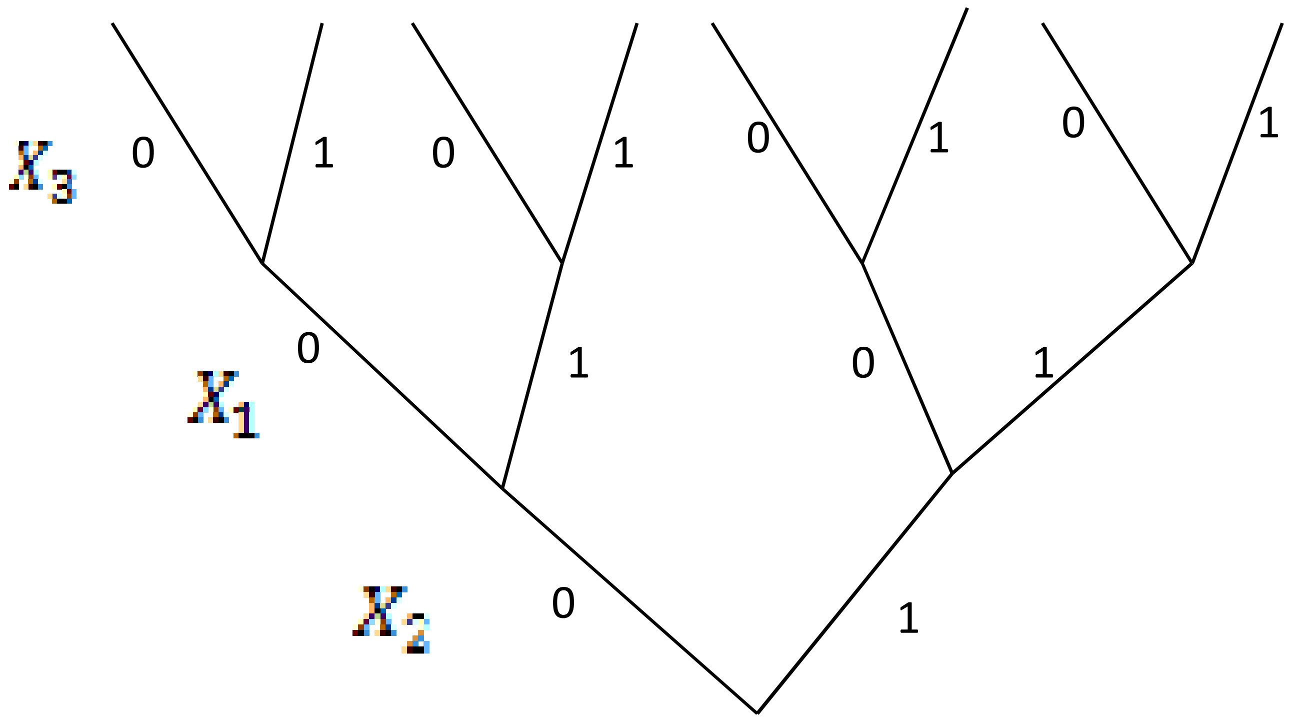
Otrzymujemy następujące drzewo decyzyjne:



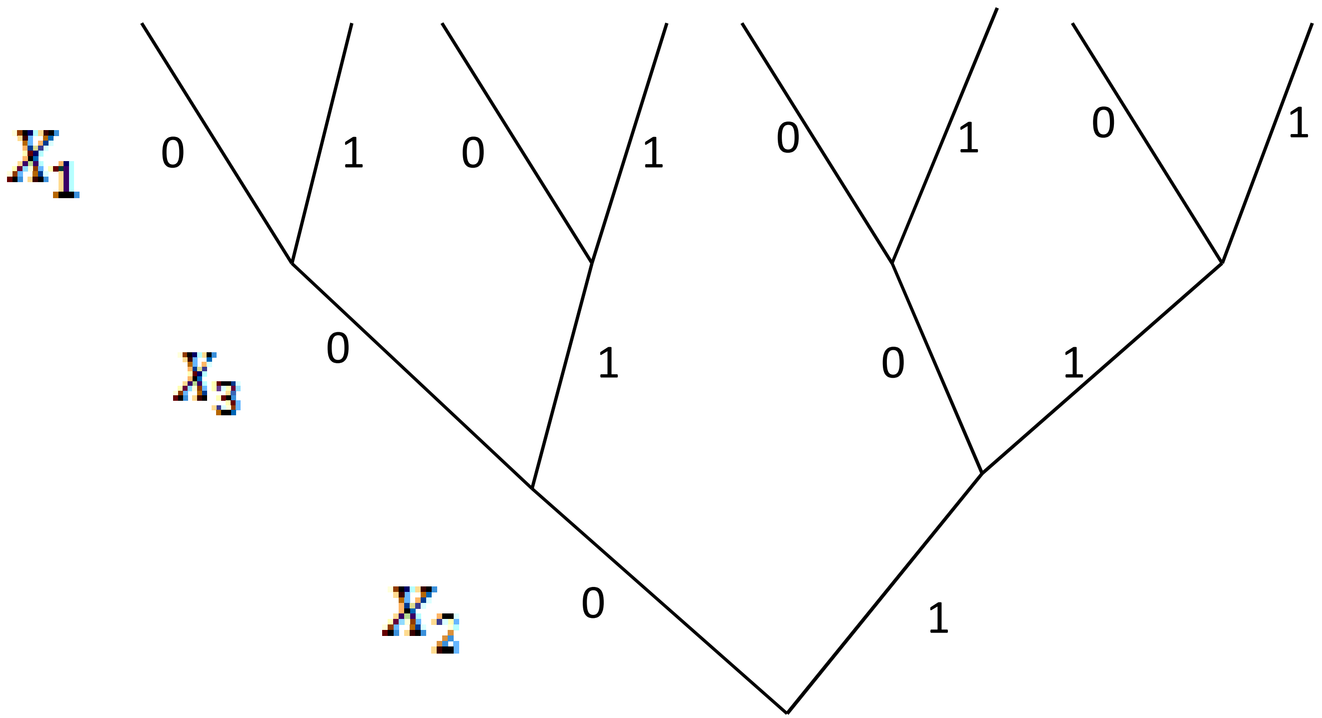
Następnie należy wykorzystac wszystkie kombinacje zamiany zmiennych decyzyjnych (pięter) między sobą na danym drzewie…



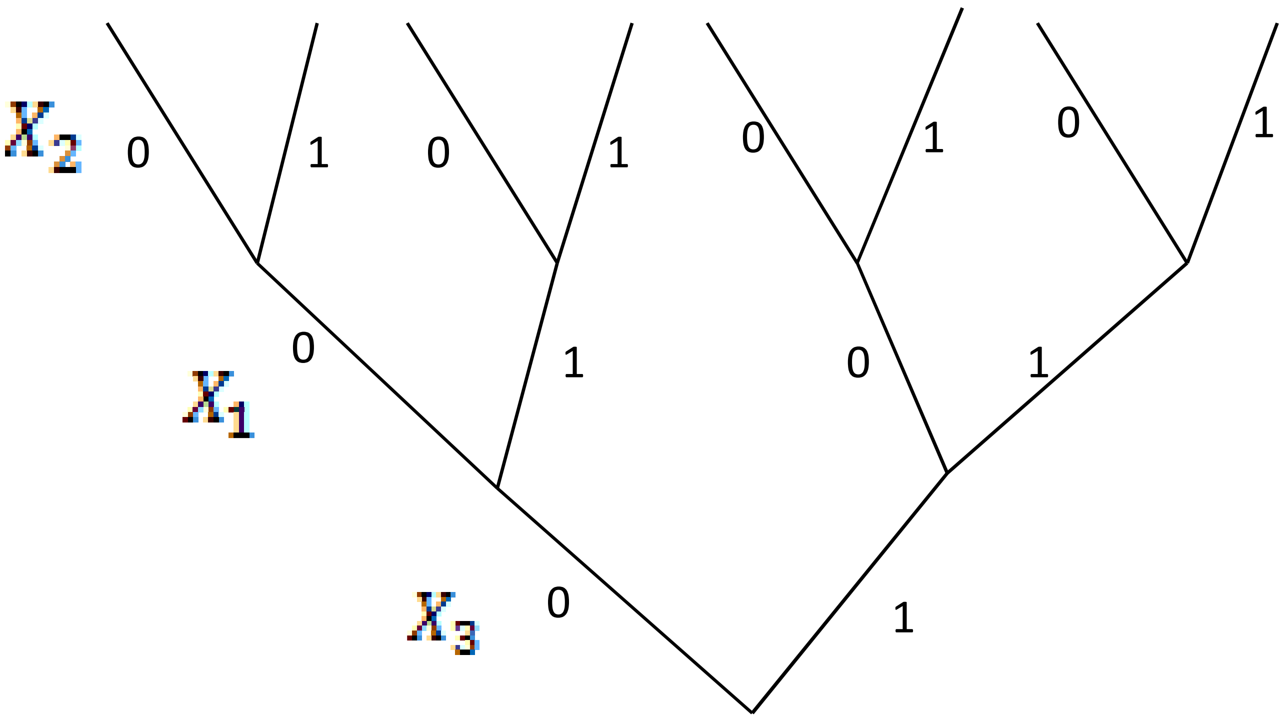
Następnie należy wykorzystac wszystkie kombinacje zamiany zmiennych decyzyjnych (pięter) między sobą na danym drzewie…



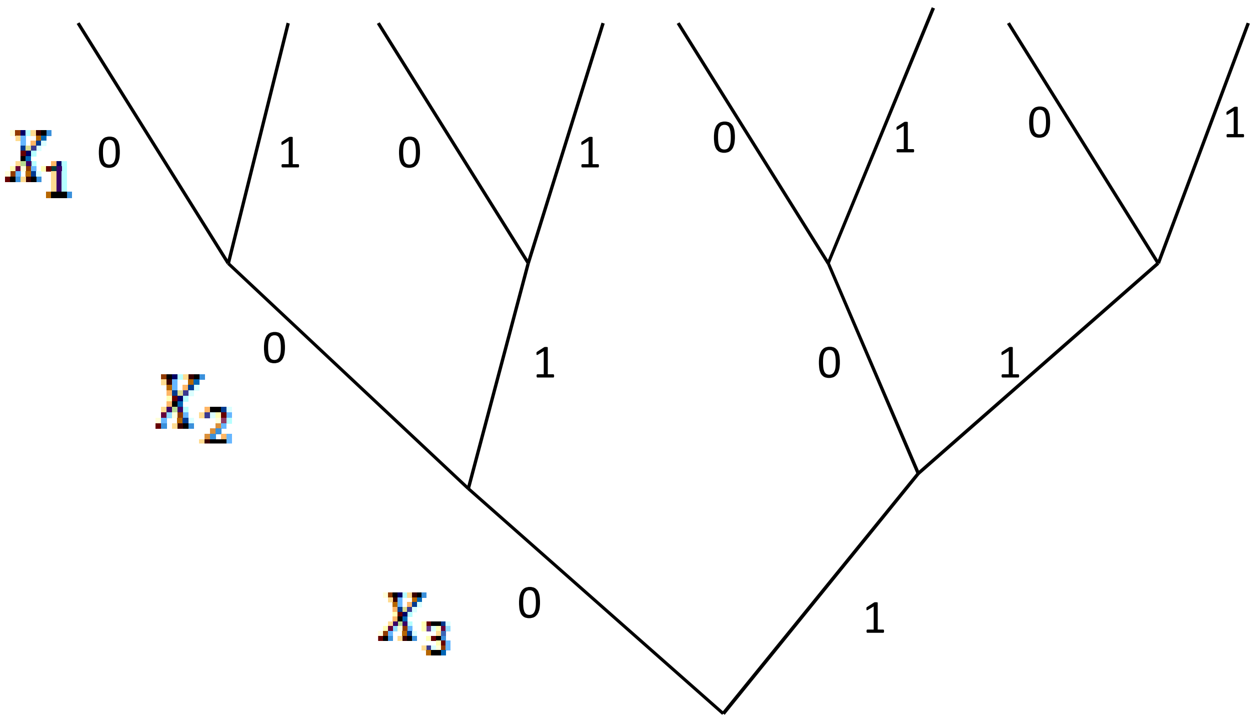
Następnie należy wykorzystac wszystkie kombinacje zamiany zmiennych decyzyjnych (pięter) między sobą na danym drzewie…



Następnie należy wykorzystac wszystkie kombinacje zamiany zmiennych decyzyjnych (pięter) między sobą na danym drzewie…



Następnie należy wykorzystac wszystkie kombinacje zamiany zmiennych decyzyjnych (pięter) między sobą na danym drzewie…



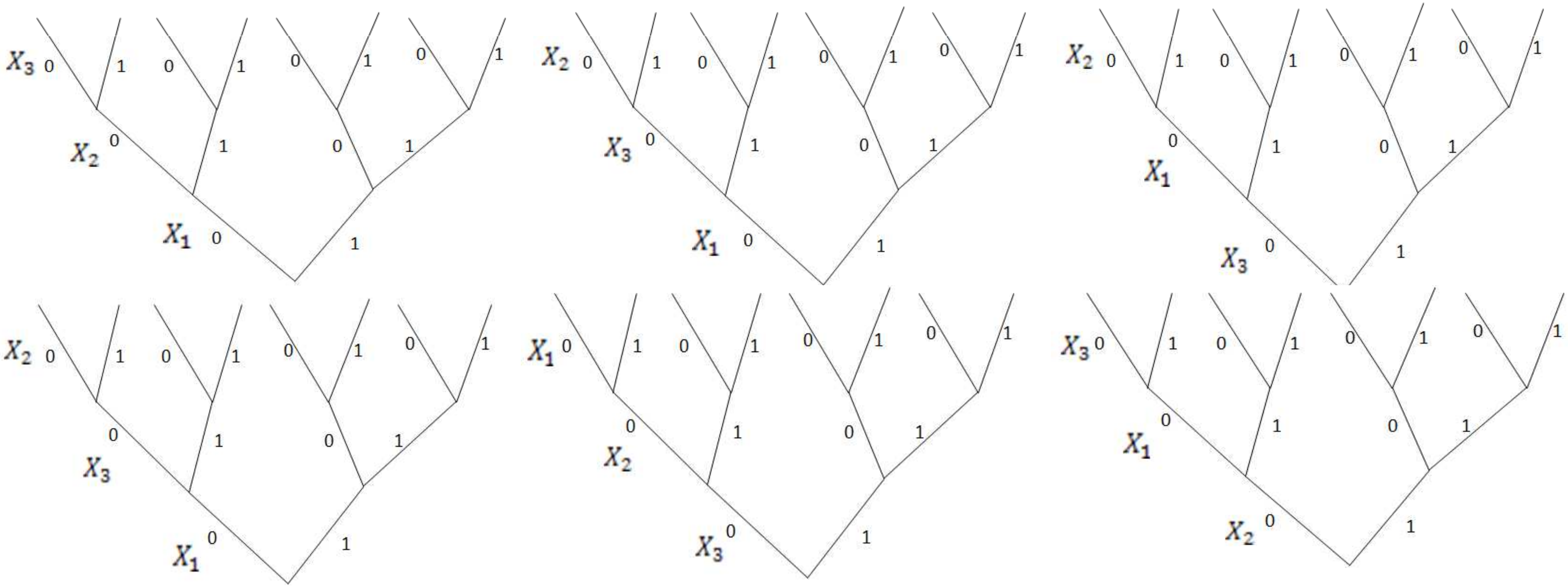
Ilość drzew decyzyjnych jaką uzyskamy, zależy od ilości parametrów decyzyjnych

Ilość drzew = n! silnia, gdzie n- liczba paramentrów decyzyjnych: X_1, X_2, X_3 , X_n…

1	2	3	4	5	6
X_1	X_1	X_2	X_2	X_3	X_3
X_2	X_3	X_1	X_3	X_2	X_1
X_3	X_2	X_3	X_1	X_1	X_2

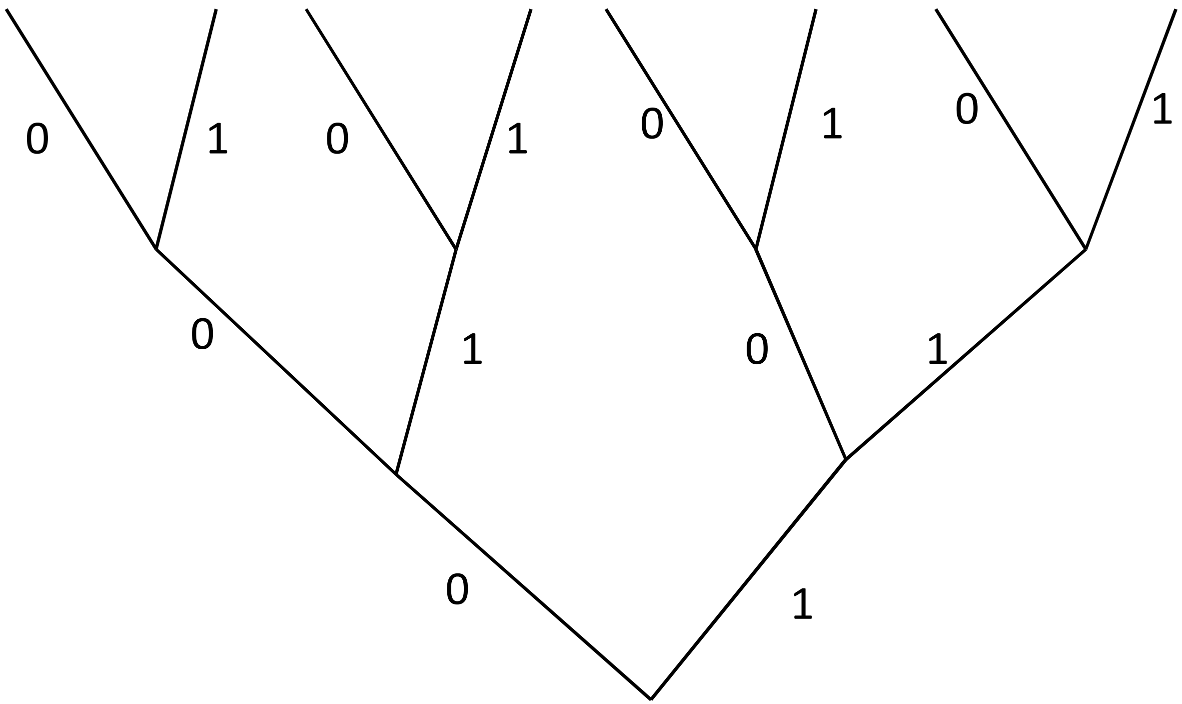
6 drzew

A wiec dla 3 parametrów uzyskamy 6 drzew decyzyjnych, bo
Ilość drzew = n! czyli 3!= 6



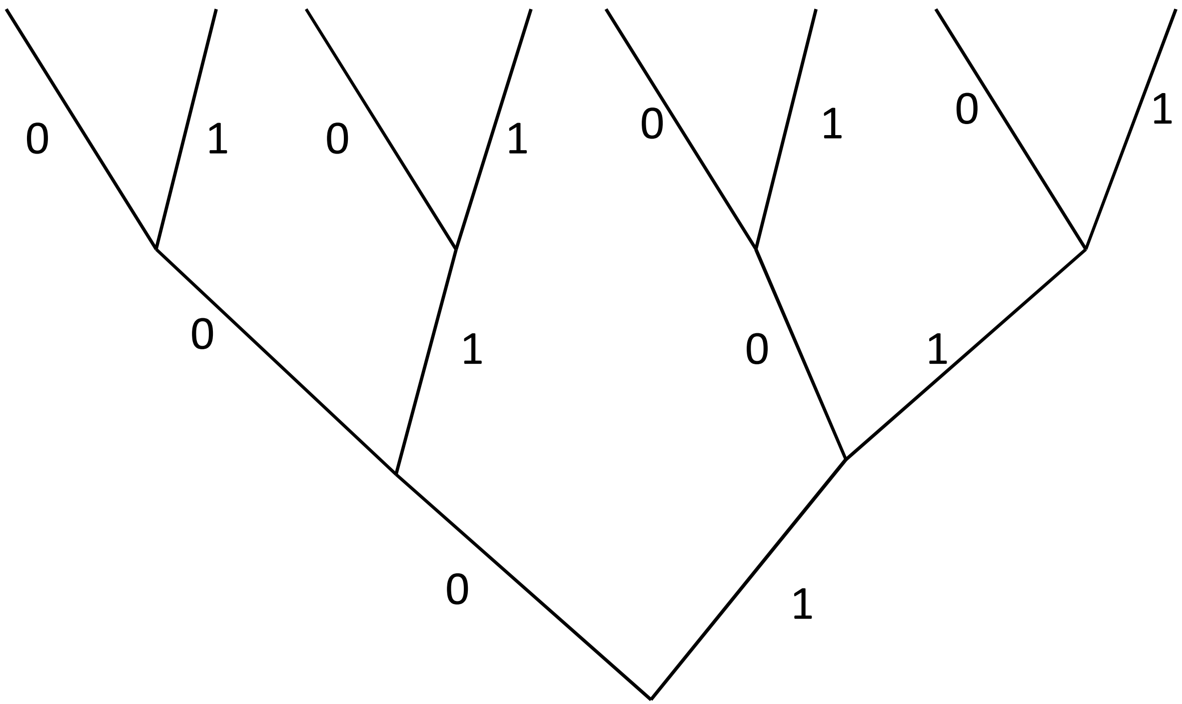
X1	X2	X3	f(X1,X2,X3)
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Tabelka zbudowana podstawie drzewa tworzy wszystkie możliwe warianty zmiennych



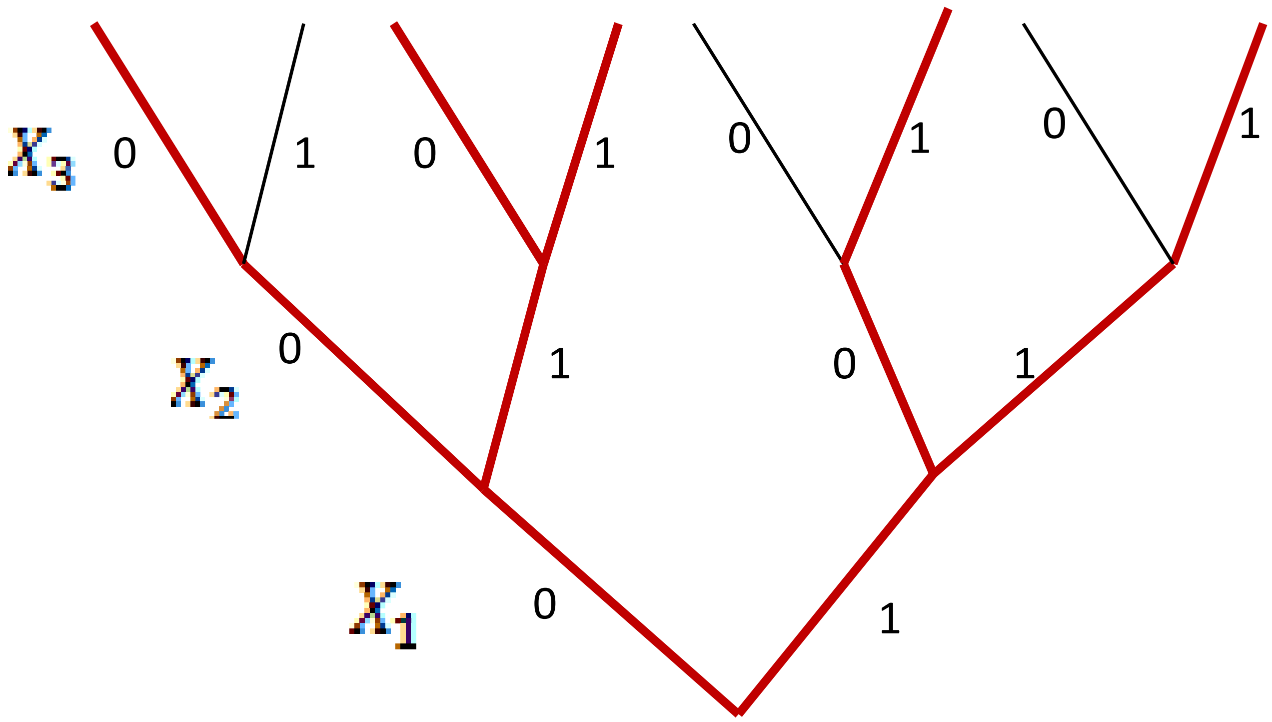
X1	X2	X3	f(X1,X2,X3)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Ale tylko niektóre kombinacje (drogi) są realizowalne…. Te dla których wartość funkcji f(X1, X2, X3)=1 (prawda)



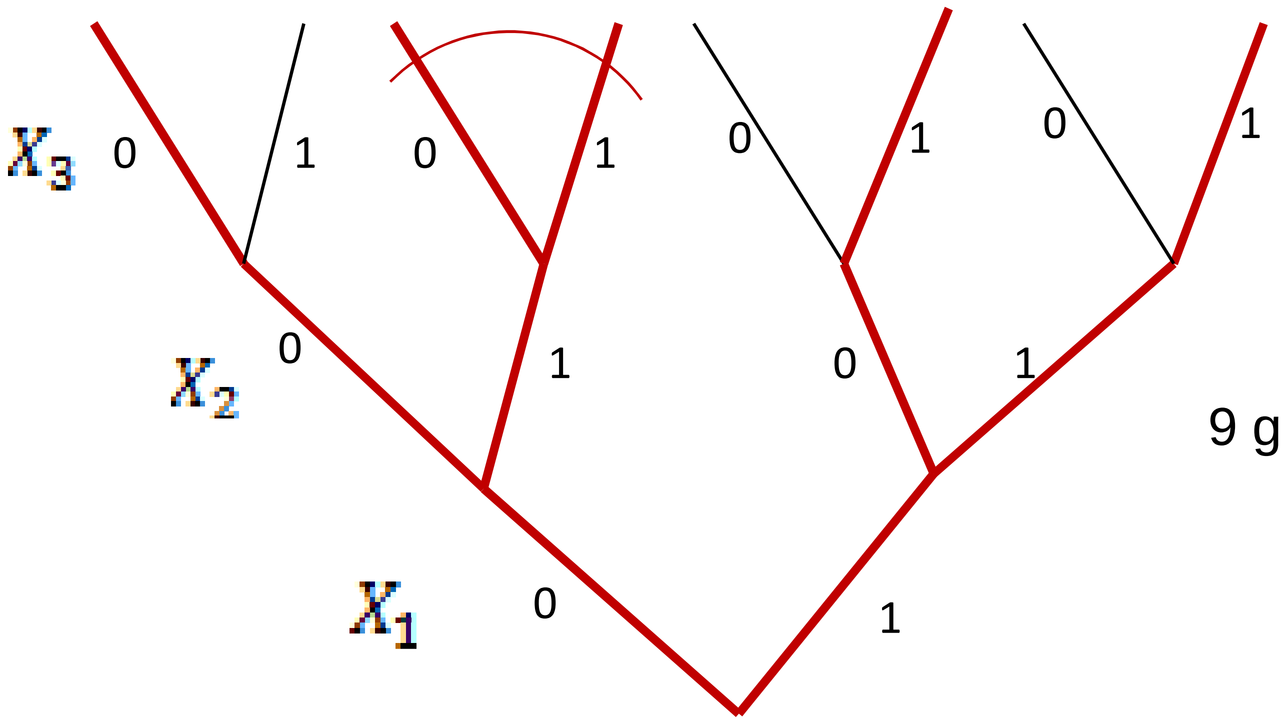
X1	X2	X3	f(X1,X2,X3)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Drogi realizowalne (prawdziwe) na drzewie decyzyjnym są wyróżnione



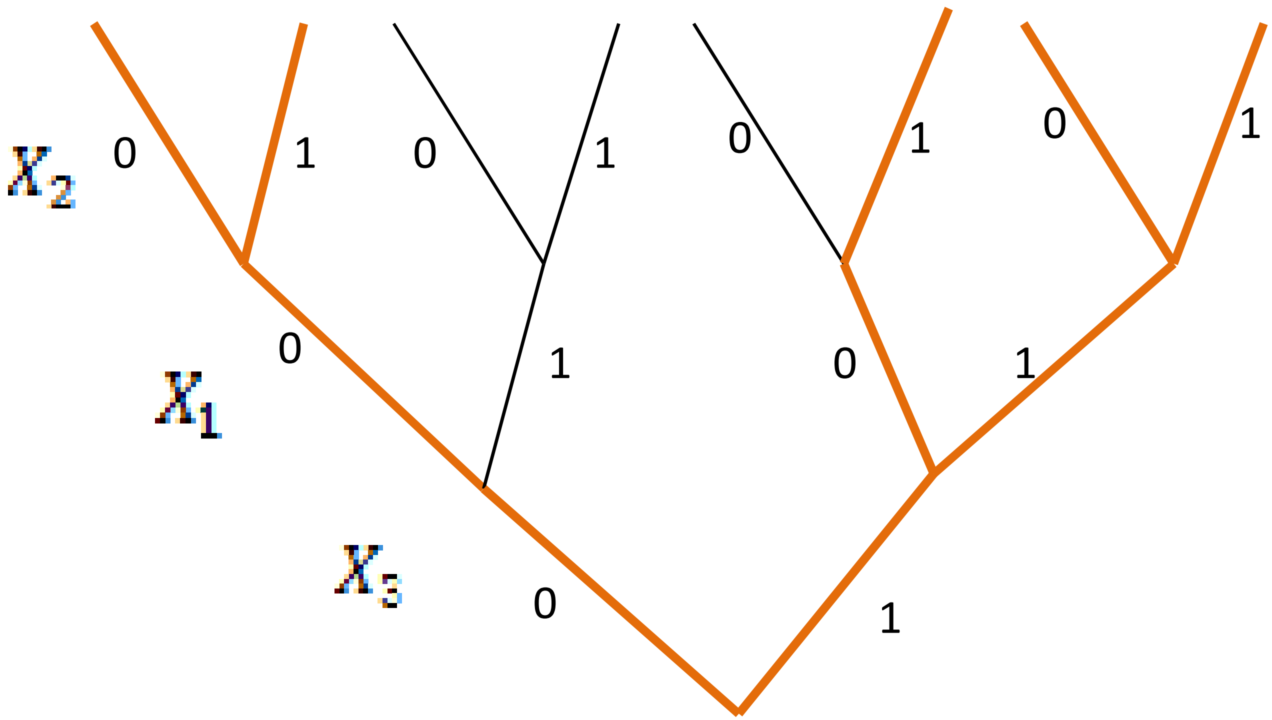
X1	X2	X3	f(X1,X2,X3)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Algorytm minimalizacji funkcji logicznych pozwala upraszczać pełne wiązki gałązek prawdziwych na drzewie (upraszczanie wykonujemy z góry do dołu!!!)



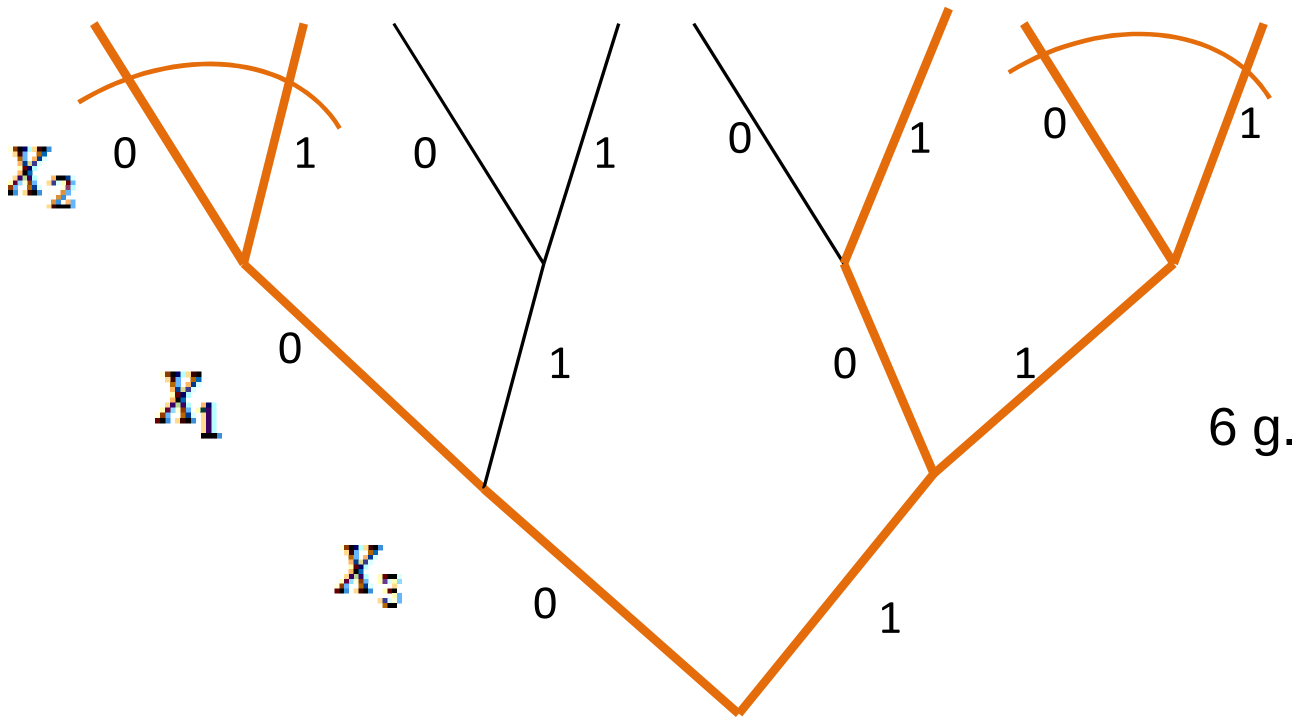
9 g.

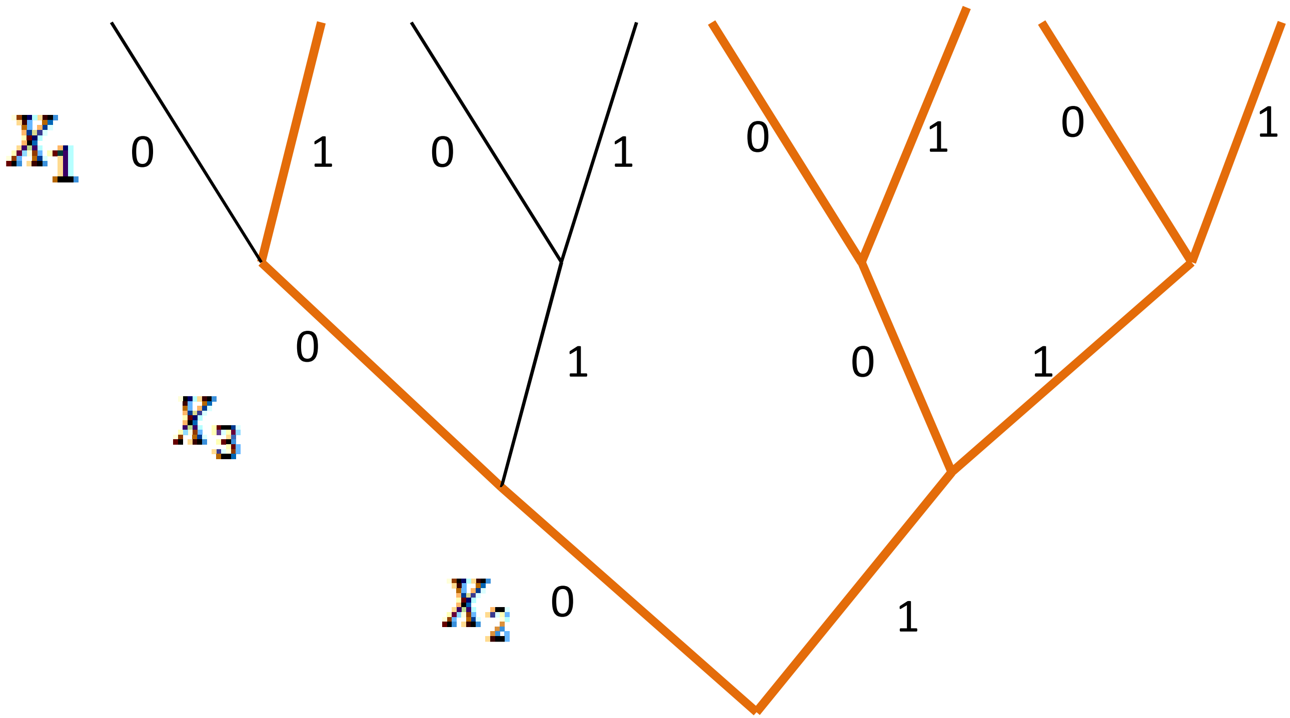
X1	X2	X3	f(X1,X2,X3)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

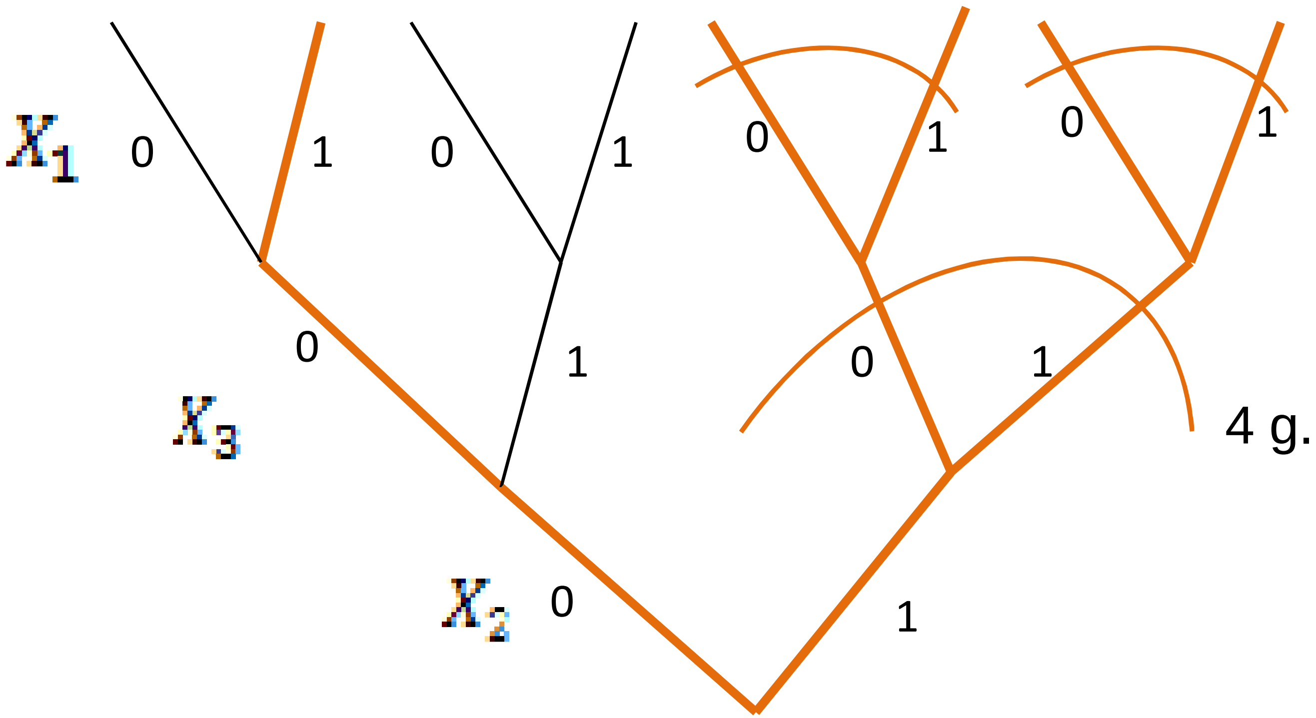


X1	X2	X3	f(X1,X2,X3)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

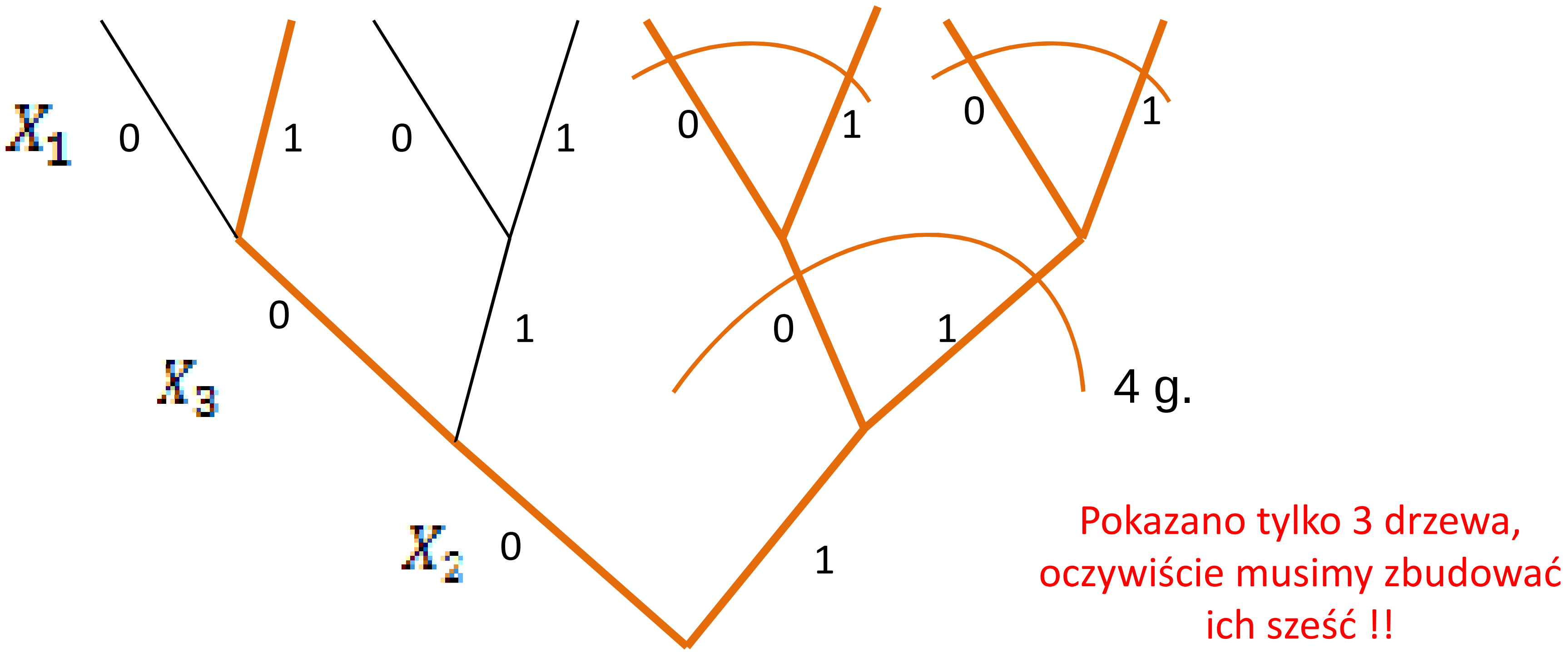
Algorytm minimalizacji funkcji logicznych pozwala upraszczać pełne wiązki gałązek prawdziwych na drzewie (upraszczanie wykonujemy z góry do dołu!!!)




X_1
0
1
0
1
0
1
0
1
X_3
0
1
0
1
X_2
0
1



X_1
0
1
0
1
0
1
0
1
X_3
0
1
0
1
4 g.
X_2
0
1



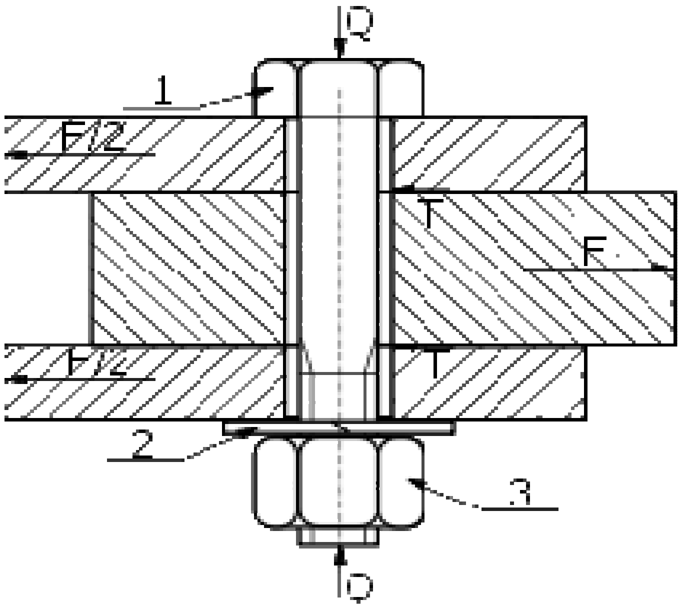
Analizujemy tylko drzewo z najmniejszą liczbą gałązek prawdziwych

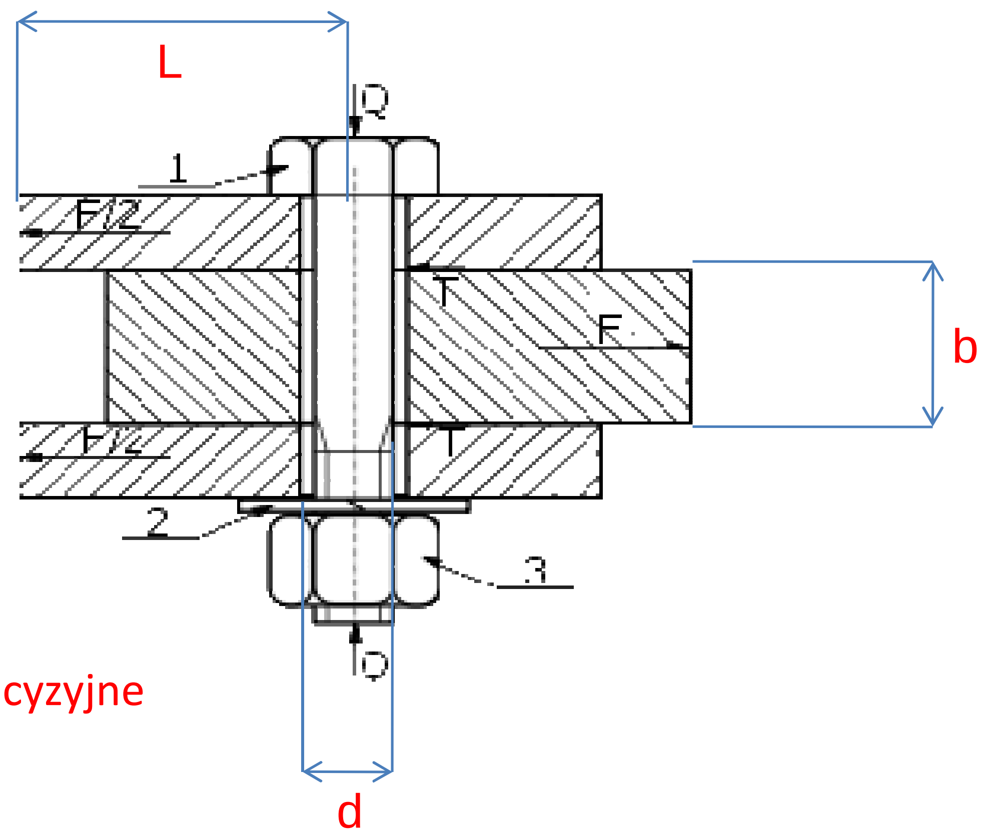
Najważniejszym parametrem jest X2 – w korzeniu drzewa

Najmniej ważnym parametrem jest X1 – w koronie drzewa

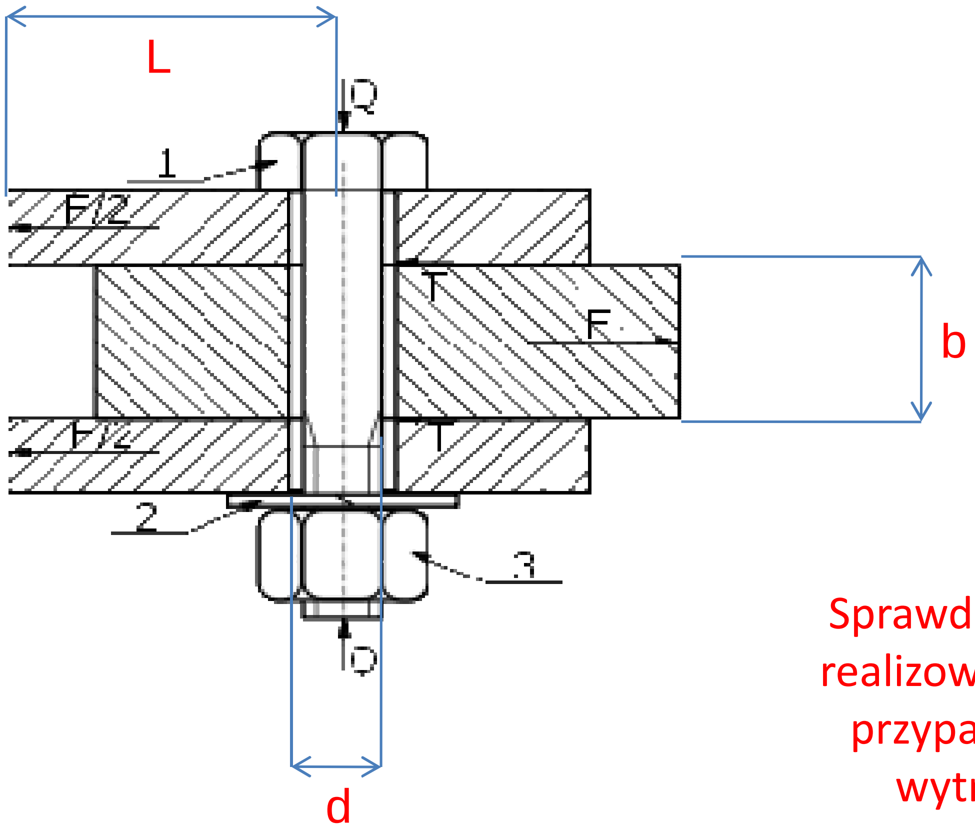
Najlepszą decyzją jest zmiana X2 na 1, gdyż wtedy już nic nie trzeba robic więcej w celu optymalizacji obiektu

Przykład:





Określamy zmienne decyzyjne



Sprawdzamy warunek realizowalności (w tym przypadku warunek wytrzymałości)

$$Pmax = C \cdot \sqrt{\left(1+\frac{L}{m}\right)\frac{F}{b \cdot d}} \leq k_{dop}$$

d	b	L	K dop
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Spełnienie bądź nie warunku wytrzymałości dla danych kombinacji zmian zmiennych decyzyjnych

$$Pmax = C \cdot \sqrt{\left(1+\frac{L}{m}\right)\frac{F}{b \cdot d}} \le k_{dop}$$